

**数学** 入試直前対策問題

★マークの問題には解説動画があります。チェックしてみよう！



【問1】 各問いに答えなさい。

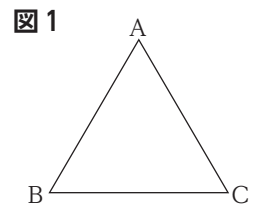
- (1)  $3 - (-2)$  を計算しなさい。
- (2)  $(12x - 9) \div (-3)$  を計算しなさい。
- (3)  $n$  を自然数とするとき、式の値がいつでも奇数になる式として正しいものを、次のア～エから1つ選び、記号を書きなさい。  
 [ア  $5n - 1$     イ  $3n^2 + 2$     ウ  $2n^2 + 1$     エ  $n + 1$  ]

★(4)  $\sqrt{30} = 5.477$  とするとき、 $\sqrt{3000}$  の値を求めなさい。

- (5)  $(x + 1)(x - 3) - 5$  を因数分解しなさい。
- (6) 二次方程式  $x^2 + 6x + 1 = 0$  を解きなさい。
- (7) 関数  $y = -\frac{6}{x}$  の  $x$  の値に対応する  $y$  の値の関係について正しいものを、次のア～エから1つ選び、記号を書きなさい。

- ア  $x$  の値が  $-\frac{1}{2}$  倍、 $-\frac{1}{3}$  倍、 $-\frac{1}{4}$  倍、…になると、 $y$  の値は  $\frac{1}{2}$  倍、 $\frac{1}{3}$  倍、 $\frac{1}{4}$  倍、…になる。
- イ  $x$  の値が  $-\frac{1}{2}$  倍、 $-\frac{1}{3}$  倍、 $-\frac{1}{4}$  倍、…になると、 $y$  の値は 2 倍、3 倍、4 倍、…になる。
- ウ  $x$  の値が  $-\frac{1}{2}$  倍、 $-\frac{1}{3}$  倍、 $-\frac{1}{4}$  倍、…になると、 $y$  の値も  $-\frac{1}{2}$  倍、 $-\frac{1}{3}$  倍、 $-\frac{1}{4}$  倍、…になる。
- エ  $x$  の値が  $-\frac{1}{2}$  倍、 $-\frac{1}{3}$  倍、 $-\frac{1}{4}$  倍、…になると、 $y$  の値は  $-2$  倍、 $-3$  倍、 $-4$  倍、…になる。

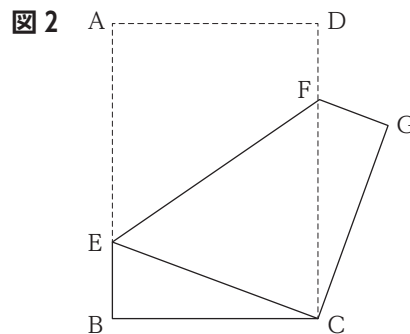
(8) 図1の正三角形 ABC の辺 BC を 1 辺とし、 $\angle BCD = 90^\circ$ 、 $\angle DBC = 30^\circ$  となる直角三角形 BCD を、定規とコンパスを使って作図しなさい。ただし、点 D を表す文字 D も書き、作図に用いた線は消さないこと。



★(9) ふもとから山頂まで分速40m で登ると、同じ道を山頂からふもとまで分速60m で下るとでは、かかる時間に30分の差がある。ふもとから山頂までの道のりを求めるとき、ふもとから山頂までの道のりを  $x$  m として、次のような方程式をつくった。このとき、 $\frac{x}{40}$  はどのような数量を表しているか、その数量を言葉で書きなさい。

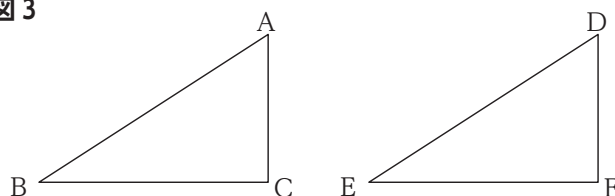
$$\frac{x}{40} - \frac{x}{60} = 30$$

- (10) 図2は、長方形 ABCD を、頂点 A が頂点 C に重なるように折り曲げたものである。∠ECB=20° のとき、∠CEF の大きさを求めなさい。



- (11) 図3が△ABC ≡ △DEFであることを証明したい。AB=DE、BC=EFであることがわかっているとき、あと1つ、どのようなことをつけ加えれば合同であることを証明できるか。適切ではないものを、次のア～エから1つ選び、記号を書きなさい。

図3



[ア ∠ACB=∠DFE=90°    イ ∠BAC=∠EDF    ウ ∠ABC=∠DEF    エ AC=DF]

- (12) 4本のうち、あたりが2本はいつているくじ引きがある。このくじを、春さん、桜さんの順に1本ずつひくとき、少なくとも1人はあたりをひく確率を求めなさい。ただし、ひいたくじはもとに戻さないこととし、どのくじをひくことも同様に確からしいものとする。

【問2】 各問いに答えなさい。

I 夏さんは、養鶏所でとれた卵1000個から、無作為に抽出した卵50個の重さを調べ、その結果を表に整理し、卵の重さについてどのような傾向があるかを考えた。

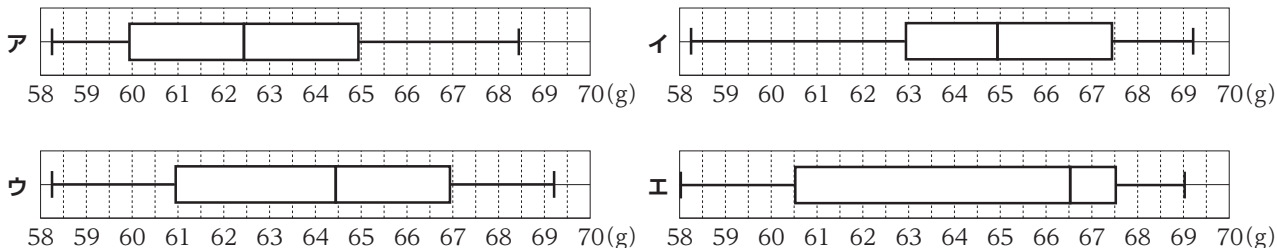
表

卵の重さ(g)	養鶏所	
	累積度数(個)	累積相対度数
58 <sup>以上</sup> ~60 <sup>未満</sup>	3	0.06
60 ~62	15	0.30
62 ~64	19	0.38
64 ~66	29	<b>あ</b>
66 ~68	45	0.90
68 ~70	50	1.00

★(1) 表の **あ** に当てはまる適切な数を書きなさい。

★(2) 表から、この養鶏所の卵1000個のうち、重さが64g 未満の卵は、およそ何個と推定されるか、求めなさい。

★(3) この表を表した箱ひげ図として最も適切なものを、次のア～エから1つ選び、記号を書きなさい。



II 咲さんは、インド式計算法に興味をもち、2けたの自然数の積を求める方法を表した**すぐにわかる計算結果**について調べた。

**〔すぐにわかる計算結果〕**

十の位の数が同じで、一の位の数の和が10である2けたの自然数の積について、

- ① 百の位以上の数は、もとの数の十の位数と、その数に1を加えた数との積になる。
- ② 下2けたの数は、一の位の数の積になる。

例えば、74と76の積であれば、下2けたの数は  $4 \times 6 = 24$  となり、百の位以上の数は、  
 $100 \times 7 \times (7 + 1) = 5600$  となるため、74と76の積は5624となる。

(1) 53と57の積を考えると、百の位以上の数を求めるための式を、**すぐにわかる計算結果**の下線部の式の形で書きなさい。

★(2) 咲さんは、**すぐにわかる計算結果**の仕組みをノート1にまとめた。ノート1の **い**、**う** に当てはまる適切な式を、それぞれ書きなさい。ただし、**い**、**う** はそれぞれ因数分解した形で表すこと。

**〔ノート1〕**

**すぐにわかる計算結果**の①、②について、十の位の数を  $a$ 、一方の自然数の一の位の数を  $b$  とすると、2けたの自然数はそれぞれ  $10a + b$ 、 $10a + (10 - b)$  と表されるから、2けたの自然数の積は、

$$\begin{aligned} & (10a + b)\{10a + (10 - b)\} \\ & = 100a^2 + 100a - 10ab + 10ab + 10b - b^2 \\ & = 100a^2 + 100a + 10b - b^2 \\ & = \mathbf{い} + \mathbf{う} \end{aligned}$$

したがって、**い** から、**すぐにわかる計算結果**の①が成り立ち、**う** から、**すぐにわかる計算結果**の②が成り立つ。

★(3) 咲さんは、十の位の数の和が10で、一の位の数が同じである2けたの自然数の積についても、同じような仕組みが成り立つのではないかと考え、**ノート2**をまとめた。**□□□□** に当てはまる言葉として最も適切なものを、下の**ア**～**ウ**から1つ選び、記号を書きなさい。

**〔ノート2〕**

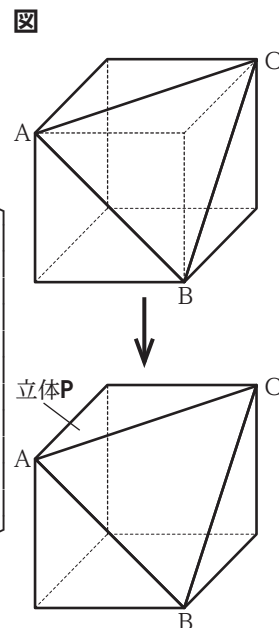
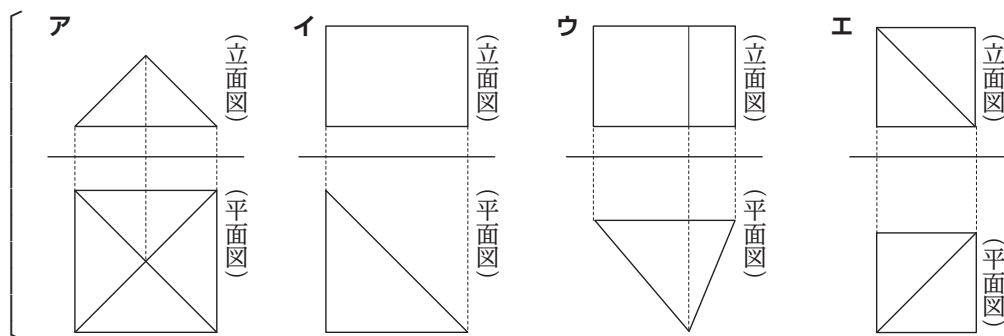
一方の自然数の十の位の数を  $a$ 、一の位の数を  $b$  とすると、2けたの自然数はそれぞれ  $10a + b$ 、 $10(10 - a) + b$  と表されるから、2けたの自然数の積を求めると、**すぐにわかる計算結果**の②が成り立つことがわかる。また、**すぐにわかる計算結果**の①は成り立たないが、百の位以上の数は、**□□□□□□□□** ことがわかる。

百の位以上の数は、

- [**ア**  $a$  の値によって決まる    **イ**  $b$  の値によって決まる    **ウ**  $a$  と  $b$  の値によって決まる]

Ⅲ 図は、1辺が6 cm の立方体から、頂点 A、B、C を通る平面で三角錐を切り取ってできた立体 P である。

- (1) 立体 P の投影図として最も適切なものを、次のア～エから1つ選び、記号を書きなさい。



- (2) 立体 P の体積を求めなさい。

【問3】 各問いに答えなさい。

I 秋さんは、オリジナルのボールペンをつくるために、A社とB社のどちらにボールペンを注文するか検討している。図1は、それぞれの会社の広告である。秋さんは、A社とB社の料金を比較するために、それぞれの会社で  $x$  本のボールペンを買うときの代金を  $y$  円とし、 $y$  を  $x$  の関数とみなして、グラフに表すことにした。図2は、図1をもとに、それぞれの会社について、 $x$  と  $y$  の関係をグラフに表したものである。

図1

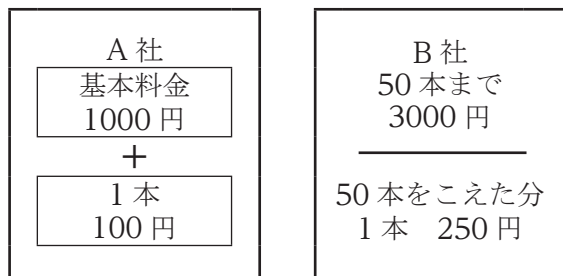
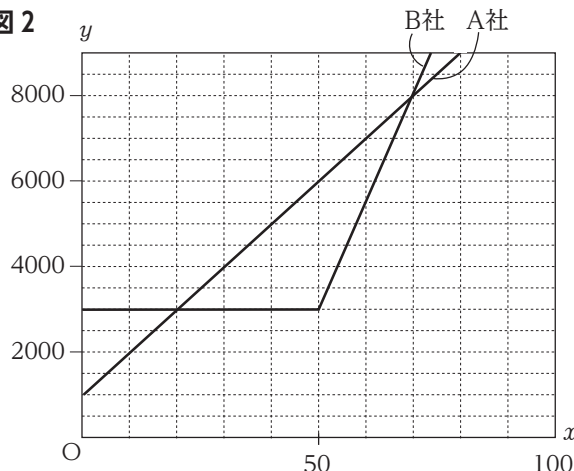


図2



- (1) A社では、5000円でボールペンを最大で何本買うことができるか、求めなさい。
- (2) B社のグラフについて、 $x$  の変域が  $50 \leq x$  のとき、 $x$  と  $y$  の関係を式に表しなさい。
- (3) 秋さんは、図1、図2からわかることを、次のようにまとめた。

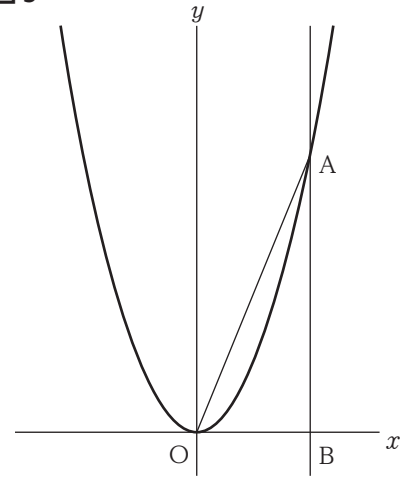
A社とB社のグラフを比較すると、ボールペンを買う本数が20本より多く、70本未満であるとき、常に あ ため、B社でボールペンを買った方が、代金が安いことがわかる。また、A社でボールペンを買うとき、1本あたりの代金を110円以下にするためには、ボールペンを買う本数を い 本以上にすればよいことがわかる。

★ ① あ に当てはまる適切な理由を、 $x$  の値、 $y$  の値という言葉を用いて説明しなさい。

★ ② い に当てはまる適切な数を書きなさい。

II 関数  $y = x^2$  の特徴やそのグラフについて考える。ただし、原点  $O$  から点  $(1, 0)$  までの距離、および原点  $O$  から点  $(0, 1)$  までの距離はそれぞれ  $1 \text{ cm}$  とする。

図 3



(1) 図 3 は、関数  $y = x^2$  のグラフ上に点  $A$  をとり、点  $A$  を通り  $y$  軸に平行な直線と  $x$  軸との交点を  $B$  とし、点  $O$  と点  $A$  を結んだものである。

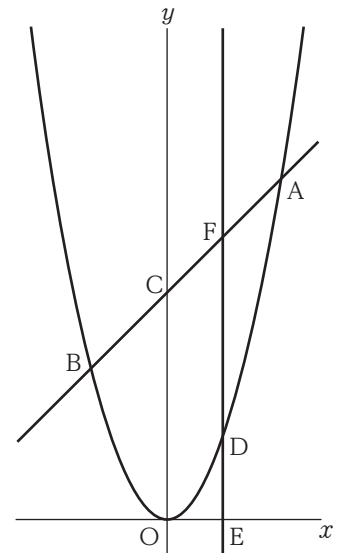
① 点  $A$  の  $x$  座標が  $-2$  から  $3$  まで増加するときの  $\triangle OAB$  の面積の変わり方について正しいものを、次のア～オから 1 つ選び、記号を書きなさい。

- ア  $\triangle OAB$  の面積は大きくなる。
- イ  $\triangle OAB$  の面積は小さくなる。
- ウ  $\triangle OAB$  の面積は一定である。
- エ  $\triangle OAB$  の面積は小さくなり、0 になった後、大きくなる。
- オ  $\triangle OAB$  の面積は大きくなり、0 になった後、小さくなる。

② 点  $A$  が  $-2 \leq x \leq 3$  の範囲で移動するときの、点  $A$  の  $y$  の変域を求めなさい。

(2) 図 4 は、関数  $y = x^2$  のグラフと関数  $y = x + 6$  のグラフで、関数  $y = x^2$  のグラフと  $y = x + 6$  のグラフとの交点を、それぞれ  $A, B$  とし、 $y = x + 6$  のグラフと  $y$  軸との交点を  $C$  としたものである。また、関数  $y = x^2$  のグラフ上の原点  $O$  から点  $A$  の間を移動する点  $D$  をとり、 $D$  を通り  $y$  軸に平行な直線と  $x$  軸との交点を  $E$ 、関数  $y = x + 6$  のグラフとの交点を  $F$  としたものである。

図 4



★ ①  $D(2, 4)$  のときの台形  $OEFC$  の面積を求めなさい。

★ ② 四角形  $ODFC$  が平行四辺形となる時、点  $D$  の座標を求めなさい。

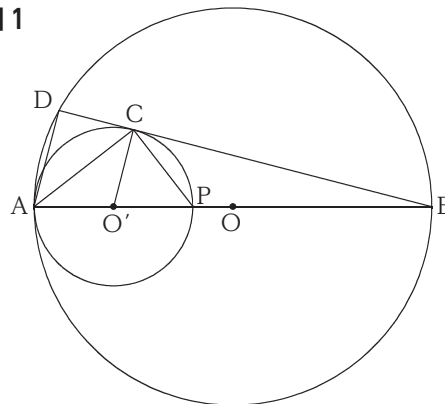
【問 4】 各問いに答えなさい。

図形をかいたり、移動させたりすることができる数学の作図ソフトがある。冬さんは、その作図ソフトを使って、次の**作図の手順**に従って**図 1**をかき、点 P を線分 AB 上で、点 A から点 B の向きに動かしたときの図形を観察した。

〔作図の手順〕

- ① 長さが 12 cm の線分 AB を直径とする円 O をかく。
- ② 線分 AB 上に点 P をとる。ただし、点 P は点 A、B と重ならないものとする。
- ③ 線分 AP を直径とする円 O' をかく。
- ④ 点 B から円 O' に接線をひき、接点を C とする。
- ⑤ 直線 BC と円 O との交点で、点 B と異なる点を D とする。
- ⑥ 点 A と点 D を結ぶ。
- ⑦ 点 C と 3 点 A、O'、P をそれぞれ結ぶ。

図 1



(1) 図 1 において、 $\angle O'PC = 53^\circ$  のとき、 $\angle PCB$  の大きさを求めなさい。

(2)  $\triangle BCO' \sim \triangle BDA$  は、次のように証明することができる。  に証明の続きを書き、証明を完成させなさい。

〔証明〕

$\triangle BCO'$  と  $\triangle BDA$  について、  
 $\angle ADB$  は円 O の半円の弧に対する円周角だから、  
 $\angle ADB = 90^\circ \dots \dots$  ①

- (3) 冬さんは、作図ソフトで何度も点Pを線分AB上で動かしているうちに、点Pを線分AB上のどこにとっても、 $\angle O'AC = \angle CAD$ が成り立つのではないかと予想を立てた。冬さんの予想は、**図2**を用いて次のように証明することができる。**あ**に当てはまる適切な語句を、**い**には最も適切な角を記号を用いて、それぞれ書きなさい。

**〔冬さんの証明〕**

$\triangle O'AC$ は $O'A = O'C$ の二等辺三角形である。

二等辺三角形の2つの底角は等しいので、

$$\angle O'AC = \angle O'CA \cdots \cdots \text{①}$$

$\triangle BCO' \sim \triangle BDA$ より、**あ**はそれぞれ等しいので、

$$\angle BO'C = \angle BAD \cdots \cdots \text{②}$$

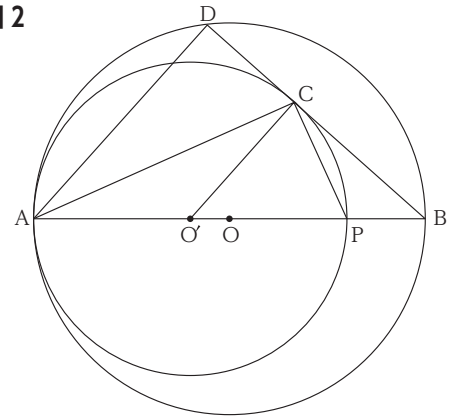
②より、同位角が等しいので $AD \parallel O'C$ となる。

$AD \parallel O'C$ より、平行線の錯角は等しいので、

$$\text{い} \cdots \cdots \text{③}$$

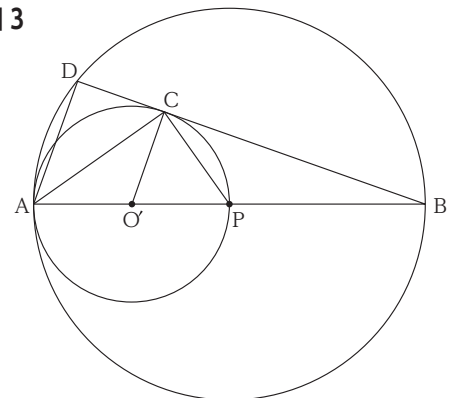
①、③より、 $\angle O'AC = \angle CAD$

**図2**



- (4) **図3**は、**図1**において、点Pを円Oの中心と重なるように動かしたものである。ただし、円Oの中心を表す文字Oを省いて表している。

**図3**



★ ① BC : CDの比を求め、最も簡単な整数の比で表しなさい。

★ ② CDの長さを求めなさい。

- ★(5) **図4**は、**図1**において、点Pを、 $AP = 8$  cmの位置まで動かしたものである。円O'と線分ADの交点をEとし、点Eと点Pを結び、線分PEとCAとの交点をF、線分PEとO'Cとの交点をGとすると、 $\triangle CFG$ の面積を求めなさい。

**図4**

